

## Analisis Kesalahan Mahasiswa Calon Guru Sekolah Dasar dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Aljabar

Radiusman<sup>1\*</sup>, Maslina Simanjuntak<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Mataram, Mataram, Indonesia;

<sup>1\*</sup>[radius\\_saragih88@unram.ac.id](mailto:radius_saragih88@unram.ac.id);

<sup>2</sup>Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia;

<sup>2</sup>[maslin.simanjuntak@gmail.com](mailto:maslin.simanjuntak@gmail.com)

Info Artikel: Dikirim: 6 November 2020; Direvisi: 7 Februari 2021; Diterima: 2 Maret 2021

Cara sitasi: Radiusman, R., & Simanjuntak, M. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa Calon Guru Sekolah Dasar dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Aljabar. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)* 5(1), 149-159.

**Abstrak.** Penelitian studi kasus deskriptif ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan dan konstruksi berpikir mahasiswa calon guru sekolah dasar dalam menyelesaikan soal pembuktian aljabar. Penelitian ini dilakukan kepada mahasiswa calon guru sekolah dasar yang berada pada semester 2 dengan jumlah 36 mahasiswa calon guru sekolah dasar yang terdiri dari 4 mahasiswa laki-laki dan 32 mahasiswa perempuan dengan sebaran umur 17 sampai 19 tahun dan kemudian dipilih subjek penelitian sebanyak 3 mahasiswa calon guru dengan kemampuan akademik sedang. Proses analisis data dilakukan dengan pengumpulan data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Pengumpulan data dilakukan melalui hasil jawaban calon guru sekolah dasar dalam menyelesaikan soal pembuktian aljabar. Penyajian data dilakukan dengan menganalisis kesalahan-kesalahan dalam menyelesaikan soal pembuktian aljabar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek penelitian melakukan tiga jenis kesalahan dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian, yaitu kesalahan konsep, kesalahan prosedural dan kesalahan perhitungan. Kesalahan konsep terletak pada kegiatan operasi bilangan, kesalahan prosedural terletak pada ketidakterkaitan antara langkah-langkah yang dituliskan pada lembar jawaban serta kesalahan perhitungan terletak pada perhitungan dari setiap operasi pecahan dan ketidaksesuaian antara jawaban dengan permasalahan yang diberikan.

**Kata Kunci:** Analisis kesalahan, Pembuktian, Aljabar.

**Abstract.** This descriptive case study research aims to analyze the errors and constructs of thinking of primary school teacher candidates in solving algebraic proving problems. This research was conducted on students who are primary school teacher candidates who were in semester 2, totaling 36 primary school teacher candidates consisting of 4 male students and 32 female students aged 17 to 19 years and then selected as many as 3 primary school teacher candidates with moderate academic abilities. The data analysis process was carried out by collecting data, presenting data, and drawing conclusions. Data collection was carried out through the answers of primary school teachers in solving algebraic proof questions. Data presentation is done by analyzing errors in solving algebraic proving problems. The results showed that the research subjects committed three types of errors in solving evidentiary problems, namely concept errors, procedural errors, and calculation errors. The conceptual error lies in the activity of number operations, procedural errors lie in the disconnection between the steps written on the answer sheet and the calculation error lies in the calculation of each fractional operation and the mismatch between the answer and the problem is given.

*Keywords:* Analysis of Error, Proof, Algebra.

## Pendahuluan

Aljabar merupakan salah satu materi dasar dalam pembelajaran matematika dan dianggap sebagai alat dalam memahami matematika lanjutan di sekolah. Aljabar merupakan alat bantu untuk menggeneralisir ide matematika (Lau, [2019](#)) dan juga dianggap sebagai pintu gerbang untuk mengakses dan memahami matematika yang lebih maju (Kieran, [2004](#)). Aljabar membantu siswa dalam menemukan hubungan antara konsep variabel dan koefisien (Usodo, [2020](#)), hubungan dan pengenalan pola numerik dan geometris, menyelidiki kesetaraan dan persamaan non linear serta menganalisis tabel dan grafik (NCTM, [2000](#); Obara, [2019](#)). Materi aljabar tidak hanya digunakan dalam didalam pelajaran matematika saja, namun aljabar juga sangat berkaitan dengan ilmu pengetahuan lain seperti ekonomi, komunikasi, hukum fisika dan statistika. Pengetahuan dan pemahaman terhadap materi aljabar dapat membantu seseorang untuk membentuk pola pikir dalam menghubungkan antara konsep dan prosedur sehingga setiap pekerjaan dapat dikerjakan secara efisien dan fleksibel (Billings, [2017](#)) sehingga akhirnya seseorang dapat dengan mudah diterima dalam dunia kerja (Blanton, Stroud, & Stephens, [2019](#)). Namun, aljabar masih dianggap suatu pelajaran yang menyulitkan bagi mahasiswa calon guru (Martinez, Brizuela, & Superfine, [2011](#)), khususnya pembuktian aljabar (Bilgic & Uzel, [2014](#)).

Pembuktian aljabar merupakan suatu metode atau cara formal dalam untuk mengungkapkan dan memastikan kebenaran suatu pernyataan (Basturk, [2010](#)). Pembuktian dalam suatu individu membutuhkan pengalaman dan banyak latihan (Lew & Zazkis, [2019](#)). Berdasarkan hasil penelitian sebelumnya, banyak mahasiswa yang tidak mampu untuk membaca atau memahami hasil pekerjaan pembuktian matematika yang telah dikerjakan pada lembar jawabannya (Noto, Priatna, Dahlan, & Setiyani, [2019](#)), mahasiswa calon guru memiliki kemampuan pembuktian yang sangat rendah dalam hal membangun korelasi dan penggunaan dalil-dalil (Bilgic & Uzel, [2014](#)), mahasiswa lemah dalam proses penalaran pembuktian (Rogers & Steele, [2016](#)) serta lemahnya pemahaman intuitif dalam menggunakan defenisi (Fukawa-Connelly, [2016](#)). Namun pada penelitian tersebut tidak dianalisis mengenai kesalahan-kesalahan berdasarkan konsep, prosedural, perhitungan serta konstruksi berpikir mahasiswa calon guru. Berdasarkan hal tersebut, maka perlu untuk dilakukan penelitian mengenai analisis kesalahan dan berpikir konstruktif calon guru dalam permasalahan pembuktian aljabar.

Kesalahan mahasiswa menyelesaikan permasalahan pembuktian matematika sangat bergantung kepada kemampuan konstruksi berpikir . Konstruksi berpikir yang baik dapat membantu siswa untuk menentukan ide yang cocok untuk digunakan, cara berpikir yang baik, menghilangkan kesalahan dalam melakukan perhitungan serta melakukan prosedur yang benar. Perbedaan konstruksi berpikir pada mahasiswa calon guru dapat menyebabkan kesalahan dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian. Kesalahan matematika dibagi menjadi tiga bagian yaitu: 1) kesalahan konsep yang terdiri dari kesalahan dalam menentukan teorema, tidak menuliskan teorema serta tidak menggunakan konsep yang tepat; 2) kesalahan prosedural yang terdiri dari ketidakterkaitan setiap langkah-langkah penyelesaian, ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah serta ketidakmampuan dalam menuliskan kesimpulan, serta 3) kesalahan perhitungan yang terdiri dari kesalahan memanipulasi operasi serta tidak memeriksa kembali perhitungan yang telah dikerjakan (Kastolan, [1992](#)).

Kesalahan mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan pembuktian aljabar harus mendapat perhatian khusus dan diharapkan dapat diselesaikan. Mahasiswa calon guru sangat diharapkan memiliki kepercayaan diri dalam kemampuan serta memahami konten matematika dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian (Beswick, Anderson, & Hurst, [2016](#)). Namun sebaliknya, mahasiswa calon guru dianggap tidak siap untuk berkembang untuk memiliki kemampuan dalam pembuktian aljabar (Sears, [2019](#)). Banyak mahasiswa calon guru menganggap bahwa sebuah argumen sudah dapat dianggap sebagai suatu bukti yang sah. Kesalahan mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan pembuktian aljabar sering terjadi dalam mengidentifikasi karakteristik bukti dan pentingnya peran bukti dalam matematika, penggunaan simbol (Martinez & Superfine, [2012](#)), penggunaan konsep yang tidak tepat (Syafari, [2017](#)) serta langkah-langkah pengerjaan yang tidak sesuai serta kemampuan pemecahan masalah yang buruk (Razi, Al-Ghofiqi, & Alimuddin, [2019](#)). Banyak faktor yang mempengaruhi kemampuan mahasiswa calon guru dalam melakukan pembuktian aljabar, antara lain: adanya anggapan bahwa pembuktian aljabar sebagai sifat algoritma yang tidak penting (Sears & Mueller-Hill, [2013](#)) serta konsepsi yang dangkal dalam melakukan pembuktian secara kontradiksi dan jarang berusaha untuk menunjukkan bukti langsung (Bleiler, Thompson, & Krajčevski, [2014](#)).

Analisis kesalahan dan konstruksi berpikir mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan pembuktian matematika merupakan suatu permasalahan pembuktian yang harus segera diselesaikan. Hal ini perlu dilakukan agar

dosen/pengajar dapat mengetahui kemampuan konstruksi berpikir sekaligus memperbaiki konstruksi berpikir mahasiswa calon guru tersebut. Lebih jauh, perbaikan konstruksi berpikir ini bertujuan agar mahasiswa calon guru mampu menyelesaikan permasalahan matematika dengan ide, konsep dan prosedur yang tepat sehingga nanti diharapkan ketika mahasiswa calon guru ini mampu menjadi pengajar yang baik bagi siswa. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan dan konstruksi berpikir mahasiswa calon guru sekolah dasar dalam menyelesaikan soal pembuktian aljabar

### Metode

Penelitian ini merupakan penelitian studi kasus deskriptif yang bertujuan untuk menganalisis kesalahan dan konstruksi berpikir mahasiswa calon guru sekolah dasar Universitas Mataram dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian aljabar. Penelitian ini dilakukan kepada mahasiswa calon guru sekolah dasar yang berada semester 2 yang berjumlah 36 mahasiswa calon guru yang terdiri dari 4 mahasiswa laki-laki dan 32 mahasiswa perempuan. Peneliti mengambil subjek penelitian ini adalah 3 mahasiswa calon guru sekolah dasar yang memiliki kemampuan sedang. Teknik pengumpulan data dilakukan dengan mengumpulkan hasil tes soal pembuktian aljabar. Instrumen dari penelitian ini adalah soal pembuktian aljabar. Proses analisis data dilakukan dengan mendeskripsikan hasil analisis kesalahan mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan pembuktian permasalahan aljabar dan diakhiri dengan menarik kesimpulan.

### Hasil dan Pembahasan

Langkah pertama dari penelitian ini adalah memberikan permasalahan berupa soal pembuktian aljabar. Adapun soal pembuktian aljabar dapat dilihat pada Gambar 1.

#### EXERCISE

If  $x = 9 + 4\sqrt{5}$  dan  $xy = 1$ , prove that  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 322$ .

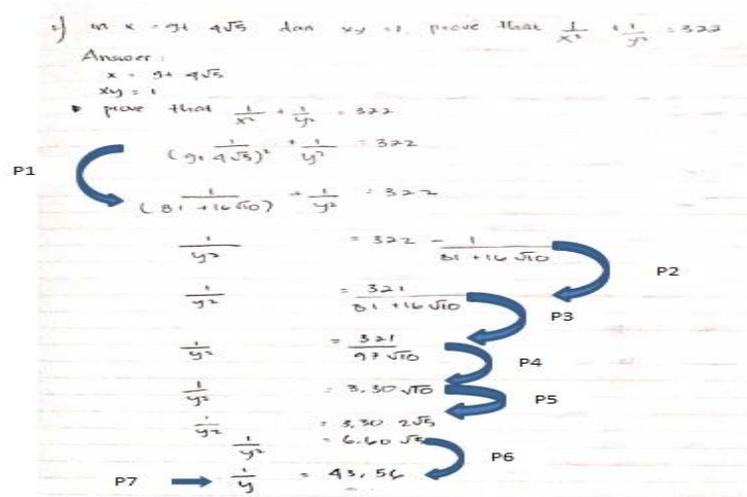
Gambar 1. Soal Pembuktian Aljabar

Berdasarkan hasil jawaban dari mahasiswa calon guru maka diambil 3 orang menjadi subjek penelitian. Setiap subjek penelitian diberikan suatu pengkodean yaitu subjek penelitian 1 dilambangkan dengan SP1, subjek penelitian 2 dilambangkan dengan SP2, dan subjek penelitian 3 dilambangkan dengan SP3. Selanjutnya setiap proses kesalahan langkah ke-n yang dituliskan

oleh subjek penelitian diberikan lambang Pn Berdasarkan hasil pekerjaan dari subjek penelitian dapat diketahui bahwa subjek penelitian melakukan tiga jenis kesalahan dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian aljabar. Berikut ini akan dianalisis letak kesalahan berdasarkan hasil jawaban dari subjek penelitian dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian aljabar tersebut.

**Subjek Penelitian Pertama (SP1)**

Hasil jawaban dan proses langkah SP1 dalam menyelesaikan pembuktian aljabar dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Hasil Jawaban SP1

Berdasarkan Gambar 2, dapat dianalisis bahwa SP2 melakukan ketiga jenis kesalahan yaitu: kesalahan konsep, dan kesalahan perhitungan. Kesalahan konsep terletak pada P1, P2, P3, P4, P5, dan kesalahan perhitungan terletak pada P6, P7. Pada P1 Terlihat bahwa SP1 melakukan kesalahan ketika mengkuadratkan pecahan rasional. Selanjutnya, pada P2, terlihat bahwa SP1 melakukan kesalahan konsep saat melakukan operasi pengurangan antara bilangan bilangan bulat dengan bilangan pecahan akar pecahan. Pada P3 dapat dilihat bahwa, SP1 melakukan kesalahan konsep ketika menjumlahkan bilangan bulat dengan bilangan akar. Pada P4, dapat dilihat bahwa SP1 melakukan operasi pembagian pecahan antara bilangan bulat dan bilangan akar. Berdasarkan jawaban akhir pada P4, seharusnya melakukan konsep yang salah dalam melakukan pembagian tersebut.

Selanjutnya, pada P5 terlihat bahwa SP1 melakukan kesalahan konsep dalam menyederhanakan bilangan akar. Hal ini membuktikan bahwa SP1 tidak memahami konsep akar. Pada lembar jawaban juga terlihat bahwa SP1

melakukan kesalahan perhitungan. Kesalahan perhitungan terletak pada P6 dan P7. Pada P6, SP1 ingin menentukan nilai suatu variabel jika diketahui nilai dari kuadrat variabel tersebut, namun hasil yang diperoleh tidak tepat. SP1 juga melakukan Kesalahan perhitungan juga terletak pada P7. Berdasarkan Hasil dari P7 dapat diketahui bahwa SP1 tidak memeriksa kembali hasil yang diperoleh dengan permasalahan yang diminta pada soal yang diberikan. Berdasarkan proses yang dilakukan oleh SP1 dapat diketahui bahwa SP1 tidak mampu untuk menyelesaikan permasalahan pembuktian aljabar.

### Subjek Penelitian 2 (SP2)

Adapun hasil jawaban dan proses langkah SP2 dalam menyelesaikan pembuktian aljabar dapat dilihat pada Gambar 3.

The image shows a handwritten mathematical proof attempt for SP2. The problem statement is: "Din  $x = 9 + 4\sqrt{5}$  and  $xy = 1$ , Prove that  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 322$ ." The student's work is as follows:

So  $\frac{1}{(9+4\sqrt{5})^2} + \frac{1}{y^2} = 322$

P1  $\frac{1}{(9+4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})} + \frac{1}{y^2} = 322$

$\frac{1}{81 + 180 + 180 + 80} + \frac{1}{y^2} = 322$

$= \frac{1}{521} + \frac{1}{y^2} = 322$

$= \frac{y^2}{521y^2} + \frac{521}{521y^2} = 322$

P2  $y = \frac{521y^2}{521y^2} = 322$  ← P3

So it is proven that  $y^2 = 322$  ← P4

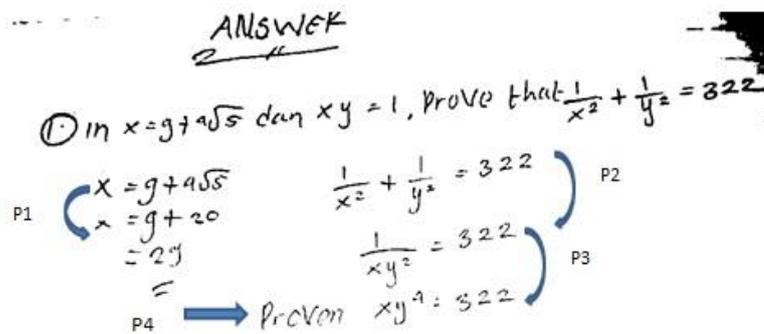
Gambar 3. Hasil Lembar Jawaban SP2

Berdasarkan Gambar 3, dapat dilihat bahwa SP2 melakukan kesalahan konsep, kesalahan prosedural dan kesalahan perhitungan. Kesalahan konsep terletak pada P1 dan P2, kesalahan prosedural terletak pada P3 serta kesalahan perhitungan terletak pada P2 dan P4. Pada P1, terlihat bahwa SP2 melakukan operasi perkalian bilangan rasional dan menuliskan hasilnya berbentuk bilangan bulat. Secara konsep, hal ini bisa benar jika perkalian dua bilangan rasional memiliki nilai angka yang sama namun berbeda tanda pada bilangan akar. Namun dalam kasus ini, bilangan yang dikalikan adalah bilangan yang memiliki nilai angka yang sama dan memiliki tanda yang sama (positif) pada bilangan akar. Kesalahan konsep juga terletak pada P2. Hal ini terlihat saat SP2 melakukan penjumlahan bilangan pecahan. Walaupun pada pecahan tersebut pembilangnya sudah sama namun ketika menjumlahkan, SP2 menuliskan hasilnya kedalam bentuk perkalian. Hal ini menunjukkan bahwa SP tidak memahami konsep perkalian bilangan rasional dan penjumlahan bilangan pecahan.

Selanjutnya, kesalahan prosedural yang dilakukan SP2 terletak pada P3. Pada proses ini terlihat bahwa ada munculnya variabel  $y$ . Langkah ini tidak memiliki hubungan dengan langkah sebelumnya. Kesalahan perhitungan juga dilakukan oleh SP2. Hal ini terletak pada P2 dimana SP2 menuliskan nilai suatu variabel ada 2, seharusnya berdasarkan perhitungan bahwa nilai variabel tersebut bernilai tunggal. Jadi dapat dinyatakan bahwa SP2 melakukan kesalahan perhitungan. Kesalahan perhitungan juga dilakukan SP2 pada P4. Pada lembar jawaban terlihat bahwa SP2 tidak lagi memeriksa hasil yang diperoleh dengan pertanyaan yang diberikan. Selain itu pada lembar penyelesaian juga dapat dilihat bahwa SP2 menuliskan dua kali tanda sama dengan pada setiap langkah. Hal ini menandakan bahwa SP2 tidak memahami tanda hubungan kesetaraan. Berdasarkan hasil pekerjaan siswa juga dapat dilihat bahwa SP2 tidak mampu untuk menyelesaikan permasalahan pembuktian aljabar yang diberikan.

**Subjek Penelitian 3 (SP3)**

Hasil jawaban dan proses langkah SP3 dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian aljabar dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Hasil Lembar Jawaban SP3

Berdasarkan Gambar 4, dapat dilihat SP3 melakukan kesalahan konsep, kesalahan prosedural dan kesalahan perhitungan. Kesalahan konsep terletak pada P1 dan P2, kesalahan prosedural terletak pada P2 dan P3 serta kesalahan perhitungan terletak pada P3 dan P4. Pada P1 dapat dilihat bahwa SP3 melakukan kesalahan konsep dalam perkalian bilangan bulat dan bilangan akar. Pada P1, SP3 menuliskan hasil kali bilangan bulat dengan bilangan akar menghasilkan bilangan bulat. Selanjutnya, pada P2, SP3 melakukan kesalahan konsep dalam melakukan operasi penjumlahan dua pecahan dengan variabel yang berbeda. Kesalahan prosedural terjadi pada P2, dimana

SP3 tidak menuliskan keterkaitan antara langkah-langkah yang dituliskan pada lembar jawaban. Ketidakterkaitan langkah-langkah ini disebabkan karena SP3 melakukan konsep.

Selanjutnya, SP3 melakukan kesalahan prosedural pada P3. Kesalahan prosedural ini terlihat dari SP3 tidak lagi memeriksa hubungan antara langkah pada P3. Selain itu, SP3 juga melakukan kesalahan perhitungan pada P4 dimana SP3 tidak memeriksa antara hasil pembuktian yang diperoleh dengan soal yang terdapat pada permasalahan. Berdasarkan hasil lembar kerja, dapat dilihat bahwa SP3 tidak mampu menyelesaikan pembuktian aljabar karena dalam proses penyelesaian SP3 melakukan kesalahan konsep, prosedur dan perhitungan.

Berdasarkan hasil diatas, dapat ditemukan bahwa subjek penelitian melakukan beberapa konstruksi berpikir yang salah sehingga menghasilkan kesalahan dalam menyelesaikan pembuktian permasalahan pembuktian aljabar. Konstruksi berpikir yang salah terjadi saat melakukan kuadrat bilangan rasional, penjumlahan bilangan bulat dan bilangan akar, penjumlahan bilangan pecahan dan perkalian bilangan bulat dan bilangan akar. Lebih jauh, kesalahan konstruksi berpikir subjek penelitian terjadi pada proses pengerjaan pembuktian aljabar, dimana subjek penelitian tidak menggunakan data ataupun hal yang diketahui pada permasalahan. Hal ini menyebabkan subjek penelitian tidak mampu untuk menyelesaikan permasalahan pembuktian. Kesalahan-kesalahan dari hasil jawaban subjek penelitian menandakan adanya konstruksi berpikir yang tidak utuh (lubang konstruksi) (Anggraini, Kusmayadi, & Pramudya, [2018](#)).

Lubang konstruksi yang ditemukan dari hasil jawaban siswa dadalah lemahnya dalam memahami konsep aljabar, lemah dalam melakukan operasi hitungan, dan lemahnya memanipulasi persamaan yang ada di permasalahan maupun pada saat proses penyelesaian permasalahan. Kelemahan dalam memahami konsep aljabar dapat dilihat dari operasi pecahan dan merasionalkan penyebut. Lemahnya siswa dalam memahami konsep aljabar disebabkan karena siswa tidak memiliki pengertian yang jelas terhadap struktur aljabar yang akhirnya menutupi kelemahan mereka dengan cara menghafal aturan dan prosedur sebagai cara untuk memahami aljabar dan terkadang memberikan bukti yang bertentangan dengan prosedur yang seharusnya (Lew & Zazkis, [2019](#)).

Lebih lanjut, kelemahan dalam operasi hitungan dapat dilihat dari pengkuadratan bilangan rasional serta pengetahuan yang lemah terhadap

tanda kesetaraan. Kelemahan dalam operasi simbol disebabkan karena adanya kesulitan dalam menerjemahkan persamaan aljabar dan representasi simbol yang ada di dalam pikiran (Herholdt & Sapire, [2014](#)). Selanjutnya, kelemahan dalam memanipulasi persamaan dapat dilihat dari lemahnya pemahaman dan langkah-langkah pengerjaan yang tidak sistematis (Wijaya, van den Heuvel-Panhuizen, Doorman, & Robitzsch, [2014](#)). Kelemahan memanipulasi persamaan disebabkan karena kurangnya pemahaman dalam mentransformasikan tanda dan variabel sehingga gagal dalam mempertahankan hubungan kesetaraan (Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg, & Stephens, [2005](#)).

Setiap siswa yang mampu menyelesaikan pembuktian aljabar harus mampu mengkonstruksi peikiran serta membuktikan validasi dan argumen sesuai dengan yang dituliskan (Zayyadi & Kurniati, [2018](#)). Namun, berdasarkan hasil jawaban juga dapat diketahui bahwa semua subjek penelitian memeriksa kembali jawaban yang telah dituliskan dengan permasalahan yang diberikan. Hal ini disebabkan karena setiap subjek penelitian hanya bersifat mengerjakan saja tanpa mampu melakukan proses verifikasi yang benar, tidak melakukan validasi pembuktian dan jawaban yang dituliskan hanya bersifat dugaan (Koichu & Leron, [2015](#)). Penyelesaian permasalahan pembuktian harus mencakup beberapa hal seperti tahapan yang tepat, eksplorasi ide awal yang tepat, hingga tahap argumen yang dapat diterima akal.

### **Simpulan**

Kesimpulan diperoleh, subjek penelitian melakukan ketiga jenis kesalahan, yaitu: kesalahan konsep, kesalahan prosedural dan kesalahan perhitungan. Kesalahan konsep terletak pada kuadrat bilangan rasional, penjumlahan bilangan bulat dan bilangan akar, pengurangan bilangan bulat dengan bilangan pecahan, pembagian bilangan bulat dengan bilangan akar, penyederhanaan bilangan akar, penjumlahan pecahan, perkalian bilangan bulat dan akar serta penjumlahan pecahan dengan variabel yang berbeda. Kesalahan prosedural terletak pada ketidakterkaitan antara langkah-langkah penyelesaian dan munculnya variabel baru yang tidak berhubungan dengan langkah sebelumnya. Kesalahan perhitungan terletak pada munculnya nilai variabel yang berbeda terhadap variabel yang sama, ketidaksesuaian antara jawaban subjek penelitian dengan permasalahan yang diberikan serta kesalahan hitung dari suatu operasi. Melalui kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh subjek penelitian, diharapkan adanya perhatian khusus dari dosen untuk lebih meningkatkan pemahaman matematika calon guru peserta didik, khususnya pembuktian aljabar. Hal ini bertujuan agar calon guru

memiliki modal dalam mengajar siswa sekolah dasar pada saat kegiatan PPL maupun ketika sudah menjadi guru di kemudian hari.

### Daftar Pustaka

- Anggraini, D., Kusmayadi, T. A., & Pramudya, I. (2018). Construction of the mathematical concept of pseudo thinking students. *Journal of Physics: Conference Series*, 1022, 1–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1022/1/012010>
- Basturk, S. (2010). First-year secondary school mathematics students' conceptions of mathematical proofs and proving. *Educational Studies*, 36(3), 283–298. <https://doi.org/10.1080/03055690903424964>
- Beswick, K., Anderson, J., & Hurst, C. (2016). The education and development of practising teachers. In K. Makar, S. Dole, J. Visnovska, M. Goos, A. Bennison, & K. Fry (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australasia 2012-2015* (pp. 329–352). Singapore: Springer Science+Business Media.
- Bilgic, E. N., & Uzel, D. (2014). The Attitudes of the Elementary School Mathematics Teacher Candidates towards Proof in the Mathematical Modelling Process. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 116, 1083–1087. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.349>
- Billings, E. M. H. (2017). SMP That Help Foster Algebraic Thinking. *Teaching Children Mathematics*, 23(8), 476. <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.23.8.0476>
- Blanton, M., Stroud, R., & Stephens, A. (2019). Does Early Algebra Matter? The Effectiveness of an Early Algebra Intervention in Grades 3 to 5. *American Educational Research Journal*, 56(5), 1930–1972. <https://doi.org/10.3102/0002831219832301>
- Bleiler, S. K., Thompson, D. R., & Krajčevski, M. (2014). Providing written feedback on students' mathematical arguments: proof validations of prospective secondary mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(2), 105–127. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9248-1>
- Fukawa-Connelly, T. (2016). Responsibility for proving and defining in abstract algebra class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(5), 733–749. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1114159>
- Herholdt, R., & Sapire, I. (2014). An error analysis in the early grades mathematics – a learning opportunity? *South African Journal of Childhood Education*, 4(1), 19. <https://doi.org/10.4102/sajce.v4i1.46>
- Kastolan, K. (1992). *Identifikasi Jenis-Jenis Kesalahan Menyelesaikan Soal-Soal Matematika yang Dilakukan Peserta Didik Kelas II Program A1SMA Negeri Se-Kotamadya Malang*. Malang: IKIP Malang.
- Kieran, C. (2004). The core of algebra: Reflections on its main activities. In *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (Stacey, K). Boston, MA: Kluwer Academic.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. C. (2005). Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 37(1), 68–76. <https://doi.org/10.1007/bf02655899>
- Koichu, B., & Leron, U. (2015). Proving as problem solving: The role of cognitive decoupling. *Journal of Mathematical Behavior*, 40, 233–244. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.005>
- Lau, W. W. F. (2019). Pre-service mathematics teachers' professional learning in a pedagogy course: Examining changes in beliefs and confidence in teaching algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 31, 1–17. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00285-y>
- Lew, K., & Zazkis, D. (2019). Undergraduate mathematics students' at-home exploration of a

- prove-or-disprove task. *Journal of Mathematical Behavior*, 54(March 2017), 0–1. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.09.003>
- Martinez, M. V., Brizuela, B. M., & Superfine, A. C. (2011). Integrating algebra and proof in high school mathematics: An exploratory study. *Journal of Mathematical Behavior*, 30(1), 30–47. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2010.11.002>
- Martinez, M. V., & Superfine, A. C. (2012). Integrating Algebra and Proof in High School: Students' Work with Multiple Variables and a Single Parameter in a Proof Context. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(2), 120–148. <https://doi.org/10.1080/10986065.2012.657956>
- NCTM. (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*. reston: VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Noto, M. S., Priatna, N., Dahlan, J. A., & Setiyani, S. (2019). How good pre-service mathematics teacher in reading mathematical proof? *Journal of Physics: Conference Series*, 1280, 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1280/4/042032>
- Obara, S. (2019). Pre-service teachers exploring the role of pattern-based reasoning in the context of algebraic thinking. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(11), 1–16. <https://doi.org/10.29333/ejmste/109262>
- Razi, F., Al-Ghofiqi, M., & Alimuddin, F. (2019). Pre-service teachers' algebraic reasoning and thinking barriers in solving algebraic problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 1200, 1–9. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1200/1/012008>
- Rogers, K. C., & Steele, M. D. (2016). Graduate teaching assistants' enactment of reasoning-and-proving tasks in a content course for elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 47(4), 372–419. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.47.4.0372>
- Sears, R. (2019). Proof schemes of pre-service middle and secondary mathematics teachers. *Investigations in Mathematics Learning*, 11(4), 258–274. <https://doi.org/10.1080/19477503.2018.1467106>
- Sears, R., & Mueller-Hill, E. (2013). Preservice teachers perception of their preparation program. *I Cemacyc*, 1–7.
- Syafari, S. (2017). Developing Algebra Structure Module and Model of Cooperative Learning Helping Concept Map Media for Improving Proofing Ability. *International Education Studies*, 10(3), 207–214. <https://doi.org/10.5539/ies.v10n3p207>
- Usodo, B., Aulia, I. I., Wulandari, A. N., Sutopo, Setiawan, R., Kurniawati, I., & Kuswardi, Y. (2020). Fragmentation of thinking structure and its impact to students' algebraic concept construction and problem solving. *Journal of Physics: Conference Series*, 1567, 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1567/3/032006>
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555–584.
- Zayyadi, M., & Kurniati, D. (2018). Mathematics reasoning and proving of students in generalizing the pattern. *International Journal of Engineering and Technology(UAE)*, 7(2), 15–17. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i2.10.10945>