

## ANALISIS PENALARAN KOVARIASIONAL SISWA KELAS XI MAN KOTA BATU PADA MATERI LIMIT FUNGSI ALJABAR

Rindu setia lestari<sup>1</sup>, Wahyu Hengky Irawan<sup>2</sup>, Ariny Farah Dyna<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Universitas Islam Negeri Malik Ibrahim Malang, Jl. Gajayana no 50 Malang, Indonesia; [rindusetia18@gmail.com](mailto:rindusetia18@gmail.com) , [wahyuhengkyirawan189@gmail.com](mailto:wahyuhengkyirawan189@gmail.com)

<sup>3</sup>Madrasah Aliyah Negeri Kota Batu jl. Pattimura no 25, Batu,Indonesia; [arinyfarah@gmail.com](mailto:arinyfarah@gmail.com)

### Abstrak

Artikel ini bertujuan untuk menganalisis penalaran kovariasional siswa kelas XI MAN Kota Batu dalam pembelajaran materi limit fungsi aljabar. Metode penelitian yang digunakan dalam artikel ini adalah penelitian kualitatif dengan pendekatan Eksploratif Partisipan penelitian ini adalah siswa kelas XI di MAN Kota Batu yang sudah mempelajari materi limit fungsi aljabar. Data dikumpulkan melalui tes tulis, observasi pengerjaan tes, dokumentasi, dan wawancara dengan siswa untuk memperoleh pemahaman lebih mendalam tentang penalaran kovariasional mereka. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa dua siswa memiliki pemahaman awal tentang limit fungsi aljabar, sehingga dapat mengenali dan menerapkan informasi kovariasional dalam konteks limit. Dua Siswi mampu mengetahui hubungan antara variabel yang relevan dan mampu menggunakan informasi penalaran kovariasional untuk mencapai pemahaman yang lebih mendalam tentang limit fungsi aljabar. Kesimpulan dari penelitian ini adalah penalaran kovariasional merupakan aspek yang penting dalam pembelajaran materi limit fungsi aljabar. Penting bagi guru untuk secara eksplisit mengajarkan konsep penalaran kovariasional kepada siswa dan memberikan latihan yang melibatkan pengenalan dan penerapan informasi kovariabel dalam konteks limit fungsi aljabar. Hal ini dapat membantu siswa mengembangkan kemampuan penalaran kovariasional yang lebih baik dalam memahami dan memecahkan masalah terkait limit fungsi aljabar.

**Kata Kunci:** Penalaran, Kovariasional, siswa, kelas XI ,limit fungsi aljabar, Pembelajaran Matematika, Pemahaman Konsep

### Abstract

*This article to analyze covariational of class XI MAN BATU city in limits of algebraic functions material learning. The research method used in this article is qualitative research with an explorative approach. The participants in this study were class XI students at MAN, Batu City, who had studied material on limits of algebraic functions. Data were collected through written tests, observation of test performance, documentasion and interviews with students to gain a deeper understanding of their covariational reasoning. The results of this study indicate that two students have an initial understanding of the limits of algebraic functions, so they can recognize and apply covariational information in the context of limits. Two schoolgirls are able to know the relationship between relevant variables and are able to use covariational reasoning information to achieve a deeper understanding of the limits of algebraic functions. The conclusion from this study is that covariational reasoning is an*

*important aspect in learning material limits of algebraic functions. It is important for teachers to explicitly teach students the concept of covariational reasoning and provide exercises that involve recognizing and applying covariable information in the context of limits of algebraic functions. This can help students develop better covariational reasoning skills in understanding and solving problems related to limits of algebraic functions*

**Keywords:** *Covariational, Reasoning, student, class XI, limits of algebraic functions, Mathematics Learning, Understanding Concepts*

## 1. Pendahuluan

Perkembangan penalaran memunculkan dua pendekatan dalam pembelajaran fungsi, yaitu pendekatan korespondensi dan kovariansi (Thompson, 1994). Dalam penelitian ini penalaran konsep fungsi menggunakan pendekatan kovariansi. Pendekatan kovariansi lebih merujuk pada kemampuan untuk membentuk gambaran dua kuantitas yang bervariasi dan mengkoordinasi perubahannya dalam relasi satu sama lain. Pendekatan kovariansi lebih menekankan ekspresi “hubungan” antara dua variabel terstruktur yang dapat dinyatakan secara aljabar, grafik, atau dalam situasi dunia nyata (Thompson, 1994). Pendekatan kovariansi tidak terbatas pada aturan prosedural, tetapi juga memberikan pengalaman pada penalaran. Penalaran kovariasional adalah koordinasi dua variabel yang sangat terkait dengan konsep fungsi, yaitu salah satu hal dapat dipandang sebagai input (variabel bebas) dan hal yang lain dipandang sebagai output (variabel terikat)(Subanji, 2006). Penalaran kovariasional secara formal didefinisikan oleh Carlson dkk sebagai aktivitas kognitif yang melibatkan pengkoordinasian dua macam variabel yang berkaitan dengan cara-cara dua variabel tersebut berubah satu terhadap yang lain (Carlson et al., 2002). Carlson dan teman-temannya juga mengembangkan kerangka kerja untuk penerapan penalaran kovariasional siswa dalam menggambar grafik dengan mengidentifikasi tingkat penalaran kovariasional dan indikator dikembangkan melalui kerangka kerja/Aksi mental untuk menyelesaikan masalah (Carlson et al., 2002).

Kerangka kerja/aksi mental ini digunakan sebagai acuan untuk merumuskan indikator, dan untuk mengukur penalaran kovariasional diperlukan adanya indikator pendukung, diantaranya : 1) indikator hubungan antar variabel; 2) indikator arah perubahan variabel 3) indikator besarnya perubahan variabel; 4) indikator perbandingan besarnya perubahan variabel 5) indikator perbandingan besarnya perubahan ketika interval yang semakin terkecil (Afifah, I., & Sopiany, 2017). Saat mempelajari penalaran kovariasional siswa dapat mengimplementasikan konsep untuk menyelesaikan masalah yang

diberikan. Menyelesaikan masalah di penelitian ini merupakan jenis konsep tertentu yang berada dalam tingkatan abstraksi yang lebih tinggi dari konsep untuk tujuan teoritis. Konsep secara sadar dihasilkan oleh ilmuwan untuk kepentingan ilmiah. Konstruk dapat diartikan sebagai suatu konsep (unsur, ciri, dan sifat) dengan pemahaman yang terbatas sehingga dapat diamati dan diukur (Afifah, I., & Sopiany, 2017). selama proses pembelajaran kita dapat melihat cara mengkonstruk konsep yang diberikan oleh guru misalkan grafik fungsi kemudian memperlakukan fungsi seperti sebuah mesin. Jika anda memasukkan bahan mentah ke dalam mesin, maka mesin akan mengubah bahan mentah tersebut menjadi produk jadi sesuai dengan beberapa instruksi yang telah ditentukan sebelumnya. Jadi, akan ada sistem input-output, dimana jika kita memasukkan input pada fungsi tersebut, maka fungsi akan memberikan outputnya. Misalnya pada fungsi pangkat 2, kita masukan angka 4, maka nilai keluarannya adalah 16.

## 2. Metode

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kualitatif. Penelitian kualitatif adalah proses penelitian untuk memahami fenomena manusia atau sosial dengan menciptakan gambaran yang komprehensif dan kompleks yang dapat disajikan dengan kata-kata, melaporkan perspektif rinci yang diperoleh dari sumber informan, dan dilakukan dalam setting yang alamiah (Walidin, Saifullah, dan Tabrani, 2015). Adapun jenis penelitian dalam penelitian ini adalah penelitian kualitatif Eksploratif yaitu untuk mengetahui lebih dalam mengenai Penalaran Kovariasional untuk mengkonstruksi pembuatan grafik pada materi limit fungsi aljabar dikelas XI MAN Kota Batu tahun pelajaran 2022/2023. Penelitian ini dilakukan tanggal 14 juni 2023. Cara pengambilan subject dengan memilih siswa yang memiliki nilai PAT tertinggi di setiap kelas yaitu kelas XI MIPA 1 dan XI MIPA 2. Dikelas XI MIPA 1 diambil 2 siswi dan dikelas XI MIPA 2 diambil 2 siswa. Objek yang akan ditinjau adalah penalaran kovariasional siswa dalam menyelesaikan soal grafik fungsi limit aljabar.

Tekhnik pengumpulan data menggunakan tes penalaran kovariasional yang digunakan untuk mengetahui sejauh mana penalaran kovariasional siswa dalam mengkonstruksi grafik limit fungsi. Selain memberikan tes penalaran kovariasional, pengumpulan data dilakukan pula wawancara terhadap siswa guna mengetahui lebih dalam objek yang akan ditinjau.

Analisis data kualitatif dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut: 1) menindaklanjuti data hasil wawancara. 2) Memeriksa semua data yang tersedia dari berbagai sumber, yaitu hasil tes penalaran kovariasional

matematika. 3) Reduksi data melalui abstraksi. Abstraksi adalah upaya untuk menggeneralisasi inti, prosedur, dan representasi yang perlu dipertahankan di dalamnya. 4) menggambarkan struktur berpikir siswa saat menyusun konsep. 5) Menganalisis penalaran kovariansi siswa dengan menganalisis hal-hal yang menarik. 6) kesimpulan. Keabsahan data dalam penelitian ini menggunakan Triangulasi Teknik. Triangulasi teknik adalah pemeriksaan keabsahan data yang memanfaatkan berbagai sumber dengan berbagai cara. Dalam penelitian ini menggunakan triangulasi teknik yang membandingkan dan menguji hasil tes dengan hasil wawancara.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Secara formal Carlson mendefinisikan penalaran kovariansional sebagai aktivitas kognitif yang melibatkan pengkoordinasian dua variabel yang berkaitan sehingga dua variabel tersebut mempengaruhi perubahan satu terhadap yang lain (Carlson et al., 2002). menentukan bagaimana penalaran kovariansi siswa memengaruhi kemampuan mereka untuk menciptakan "rasa" pada situasi dinamis, menginterpretasikan grafik, dan membuat grafik. Secara khusus, identifikasi aktivitas mental yang melibatkan siswa saat mengkoordinasikan jumlah yang berbeda dan mendeskripsikannya sesuai dengan kerangka kerja kovariansional ditunjukkan pada tabel di bawah ini.

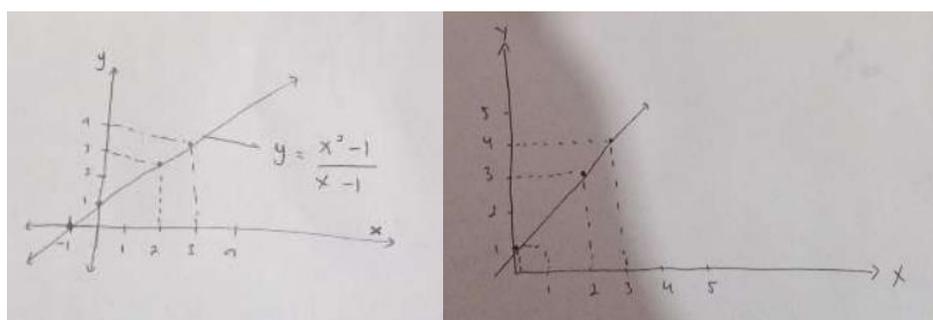
Tabel 1. Aksi Mental kerangka kerja kovariansi

Aksi mental	Deskripsi Aksi Mental
Aksi Mental 1 (AM 1)	Siswa mengerti hubungan perubahan variabel $x$ terhadap variabel $y$ pada grafik fungsi limit
Aksi Mental 2 (AM 2)	Siswa menggambar sebuah garis lurus yang menggambarkan adanya perubahan
Aksi Mental 3 (AM 3)	Siswa mengerti besarnya perubahan pada variabel $X$ terhadap variabel $Y$ Ketika $X$ mendekati nilai tertentu
Aksi Mental 4 (AM 4)	Siswa mengerti perbandingan besarnya perubahan laju rata-rata pada variabel $X$ terhadap Variabel $Y$ Ketika nilai limit mendekati nilai tertentu
Aksi Mental 5 (AM 5)	Perbandingan besarnya perubahan Ketika interval semakin kecil

setelah melihat hasil kerja ke 4 siswa ternyata semua siswa-siswi dalam penelitian ini dapat menunjukkan aksi mental 1 (AM 1), aksi mental 2 (AM 2), dan aksi mental 3 (AM 3). yang berarti subjek memiliki kemampuan penalaran kovariansional pada Level Arah (Level 3). Aksi mental 4 (AM 4) dan aksi mental 5 (AM 5) hanya dapat ditunjukkan oleh subjek 1 dan 2 saja. hal ini mendukung temuan terdahulu oleh para peneliti (Carlson et al., 2002), (Koklu, 2007), dan (Moore & Bowling, 2008) yang menemukan bahwa pada

level perguruan tinggi mayoritas mahasiswa kesulitan menunjukkan perilaku penalaran kovariasional yang lebih tinggi dari level arah (Level 2) atau koordinasi kuantitatif (Level 3).

Subjek 3 dan 4 dalam penelitian ini melakukan penalaran kovariasional. Subjek 3 dan 4 menunjukkan adanya aksi-aksi mental penalaran kovariasional melalui pengucapannya tetapi menghasilkan jawaban yang salah terutama di aksi mental 4 (AM 4) dan aksi Mental 5 (AM 5). Saat menggambarkan grafik subjek penelitian 3 dan 4 menjawab dengan benar, tapi saat ditanya kenapa mengambil interval -1 sampai 3 subjek 3,4 yang semuanya berjenis kelamin laki-laki tidak bisa menjawab. hal ini bisa dilihat dari gambar berikut.



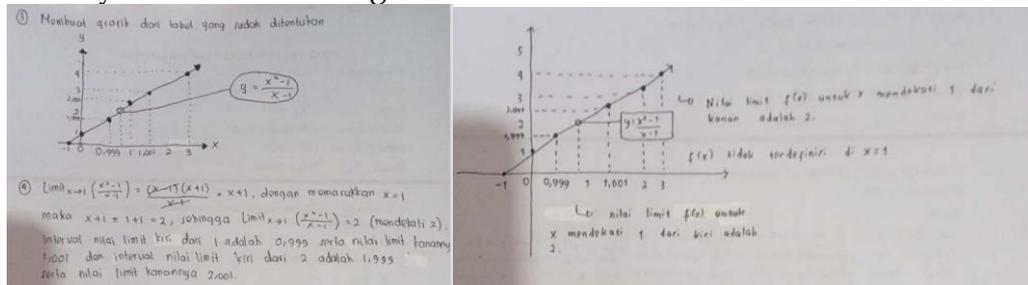
Gambar 1. Hasil gambar grafik subjek 3,4

P	<u>Apakah variabel-variabel tersebut saling bergantung antara satu sama lain?</u>
S3	<u>iya</u>
P	<u>Apakah ada peningkatan yang seragam pada variabel tersebut?</u>
S3	<u>iya</u>
P	<u>Apakah ada peningkatan yang seragam dari variabel input terhadap variabel terikat?</u>
S3	<u>iya</u>
P	<u>Jelaskan cara kamu menggambarkan limit Ketika terjadi perubahan interval yang semakin mengecil?</u>
S3	<u>Semakin menurun gambar grafiknya</u>

P	<u>Apakah variabel-variabel tersebut saling bergantung antara satu sama lain?</u>
S4	<u>iya</u>
P	<u>Apakah ada peninhkatan yang seragam pada variabel tersebut?</u>
S4	<u>iya</u>
P	<u>Apakah ada peningkatan yang seragam dari variabel input terhadap variabel terikat?</u>
S4	<u>iya</u>
P	<u>Jelaskan cara kamu menggambarkan limit Ketika terjadi perubahan interval yang semakin mengecil?</u>
S4	<u>Jika interval semakin mengecil maka gambar grafiknya akan turun</u>

Gambar 2. Hasil wawancara subjek 3,4

Sedangkan untuk subjek 1,2 yang keduanya berjenis kelamin perempuan bisa menjelaskan interval untuk menjawab aksi mental 4 dan aksi mental 5 gambarnya bisa dilihat sebagai berikut.



Gambar 3. Hasil gambar grafik subjek 1,2

P	<u>Apakah variabel-variabel tersebut saling bergantung antara satu sama lain?</u>
S1	<u>Iya</u>
P	<u>Apakah ada peninhkatan yang seragam pada variabel tersebut?</u>
S1	<u>Iya, jika X meningkat Y juga ikut meningkat</u>
P	<u>Apakah ada peningkatan yang seragam dari variabel input terhadap variabel terikat?</u>
S1	<u>Iya</u>
P	<u>Jelaskan cara kamu menggambarkan limit Ketika terjadi perubahan interval yang semakin mengecil?</u>
S1	<u>Interval nilai limit kiri dari <math>f(x)</math> mendekati 1 dari kanan adalah 2 sedangkan mendekati dari kiri adalah 0,999 sedangkan <math>f(x)</math> tidak terdefinisi pada <math>x=1</math> maka dari itu grafik fungsi limit akan semakin menurun</u>

P	<u>Apakah variabel-variabel tersebut saling bergantung antara satu sama lain?</u>
S2	<u>iya</u>
P	<u>Apakah ada peningkatan yang seragam pada variabel tersebut?</u>
S2	<u>iya</u>
P	<u>Apakah ada peningkatan yang seragam dari variabel input terhadap variabel terikat?</u>
S2	<u>Input itu X ya bu? Terikat itu Y? lihat grafiknya sih iya</u>
P	<u>Jelaskan cara kamu menggambarkan limit Ketika terjadi perubahan interval yang semakin mengecil?</u>
S2	<u>Interval nilai limit kiri dari x mendekati 1 adalah 0,999 serta nilai limit kanannya 1,001 dan interval nilai limit kiri dari 2 adalah 1,999 serta nilai limit kanannya 2,001 jika Digambar interval yang kecil Akan semakin kearah negative atau menurun</u>

Gambar 4. Hasil wawancara subjek 1,2

Hal ini menunjukkan bahwa subjek 3 dan 4 yang berjenis kelamin laki-laki belum dapat menggambar grafik yang benar tetapi dapat melakukan penalaran kovariasional sampai level 3, sementara grafik yang benar dapat dibuat ketika penalaran siswa mencapai level 5. jadi, perilaku pseudo berpikir subjek tergolong pseudo “salah”. hal ini berdasarkan indikator yang ditunjukkan subjek, menurut teori berpikir penalaran kovariasional yang diungkapkan oleh subanji menyatakan terjadinya proses berpikir pseudo subjek disebabkan oleh ketidaksesuaian penggunaan substruktur berpikir dalam proses asimilasi atau akomodasi. Kesalahan subjek secara umum disebabkan oleh kesulitan dalam memahami masalah dan kesulitan membedakan antara atribut visual dari situasi fisik dan atribut visual dari grafik (Subanji, 2006). Indikator terjadinya AM 4 tidak muncul pada pengucapan maupun perilaku subjek. Aksi mental 4 ini memerlukan kemampuan yang baik untuk memahami situasi fungsional secara dinamis. Pengalaman subjek dalam konsep fungsi yang telah ia pelajari tampaknya tidak memberikan pandangan dinamis terhadap fungsi karena subjek berfokus pada tiap titik koordinat.

Jenis berpikir pseudo lain juga muncul selama penelitian. Diantaranya yaitu Subjek 1,2, mengonstruksi grafik berupa kurva mulus yang merupakan salah satu indikasi terjadinya aksi mental 5, namun ia tidak dapat menunjukkan bahwa ia sedang bernalar melainkan hanya menggunakan ingatan prosedural untuk menghubungkan titik-titik sedangkan subjek 3,4 mengonstruksi kembali grafik tanpa bantuan penggaris sehingga ia tidak dapat membuat interval-interval pada sumbu koordinat dengan panjang yang tepat, yang menyebabkan kurangnya keakuratan posisi titik koordinat. Subjek 3,4

memberikan konfirmasi bahwa jawaban awalnya merupakan jawaban yang salah setelah ia gagal membentuk kurva mulus dari titik-titik koordinat yang telah ia tentukan. Perilaku siswa tersebut tergolong dalam pseudo analitik, yaitu proses berpikir yang nampak seperti penalaran tetapi sebenarnya bukan merupakan proses penalaran. Perilaku pseudo analitik AM 5 juga muncul dalam penelitian (Carlson et al., 2002). Perilaku dan proses berpikir pseudo ini menurut (Carlson et al., 2002) tidak selalu bersifat negatif dan mungkin merupakan hasil dari suatu spontanitas alami tetapi merupakan asosiasi yang tidak terkontrol.

#### **4. Simpulan**

Penelitian ini mengungkapkan bahwa semua subjek dapat menunjukkan aksi mental koordinasi awal (AM1), koordinasi arah perubahan (AM2), dan Koordinasi besar perubahan (AM3). Siswa 1 dan 2 dalam penelitian dapat menunjukkan perilaku atau ungkapan verbal yang mendukung aksi mental 4 (koordinasi laju perubahan) dan aksi mental 5 (koordinasi perubahan laju sesaat). Subjek 1 dan 2 mengalami berpikir pseudo penalaran kovariasional dalam melakukan aksi-aksi mental kovariansi. Sedangkan subjek 3 dan 4 saat menyelesaikan masalah kovariansi, mengalami hambatan dalam memahami masalah dan menerjemahkan situasi nyata ke dalam representasi matematis.

Berbeda dengan cara nalar mahasiswa yang lebih kompleks dan menggunakan pendekatan berkali-kali, siswa tingkat menengah Atas lebih cenderung menggunakan pendekatan induktif. Mereka memperhatikan beberapa kasus kemudian membuat analogi dari kasus-kasus tersebut dan menjadikannya jaminan yang mengaitkan data dengan kesimpulan. Data berupa asumsi dan informasi yang diperoleh dari masalah akan mempengaruhi tindakan siswa dalam menggambar grafik yang berasal dari analogi kasus-kasus yang digeneralisasikan.

Penelitian ini memiliki kelemahan meliputi keterbatasan instrumen yang hanya menggunakan tes penalaran kovariansi dan wawancara saja. penelitian ini juga tidak banyak memberikan perhatian terhadap karakteristik subjek secara mendalam, seperti latar belakang, sosial budaya, kemampuan matematis yang lain, dan gaya belajar yang mungkin mempengaruhi level penalaran siswa. Berdasarkan keterbatasan penelitian ini, peneliti menyarankan penelitian lanjutan antara lain sebagai berikut.

Penelitian untuk memperoleh gambaran proses penalaran siswa kelas XI Sekolah Menengah Atas ketika siswa dihadapkan pada konsep dan masalah kovariansi yang lain.

### **Daftar Pustaka**

- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. 2002. Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*
- Koklu, O. 2007. An Investigation of College Students' Covariational Reasonings. USA: Florida State University (Ph.D. Dissertation).
- Moore, K. C., & Bowling, S. A. 2008. The Development of Covariational Thinking in a College Algebra. *Proceedings for the Eleventh Special Interest Group of Mathematical Assosiation of America on Research in Undergraduate Mathematics Education, California*
- Subanji. 2006. Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansi dalam Mengkonstruksi Grafik Fungsi Kejadian Dinamik: Sebuah Analisis Berdasarkan Kerangka Kerja VL2P dan Implikasinya pada Pembelajaran Matematika. *Jurnal Ilmu Pendidikan*.
- Thompson, R.A. (1994). *Emotion Regulation: A Theme in Search of Definition*. Monographs of the Society for Research in Child Development,
- Walidin, W., Saifullah, & Tabrani. (2015). *Metodologi Penelitian Kualitatif & Grounded Theory*. Aceh: FTK Ar-Raniry Press