

METODE BAYESIAN DALAM PENAKSIRAN MODEL SPASIAL AUTOREGRESSIVE (SAR) (Studi Kasus Pemodelan Penyakit TB Paru di Kota Bandung)

**I Gede Nyoman Mindra Jaya¹⁾, Zulhanif²⁾, Bertho Tantular³⁾,
Neneng Sunengsih⁴⁾**

^{1,2,3,4}*Departemen Statistika FMIPA, Universitas Padjajaran; mindra@unpad.ac.id*

Abstrak

Aplikasi pemodelan spasial ekonometrika dalam berbagai bidang ilmu semakin banyak khususnya dalam ruang lingkup spasial regional dan spasial epidemiologi. Metode ini berkembang karena kemampuan metode ini mengakomodasi adanya ketergantungan spasial dalam data. Analisis ekonometrik biasa tidak mampu memberikan hasil yang baik pada saat data tidak berdistribusi independen. Metode Maksimum likelihood adalah metode yang umumnya digunakan untuk menaksir parameter model spasial econometrics. Namun metode ini tidak cukup baik dalam mengestimasi parameter model pada saat unit spasialnya sangat banyak. Metode alternative Bayesian diperkenalkan untuk mengatasi masalah tersebut. Penelitian ini mengkaji pendekatan metode Bayesian pada model Spasial Autoregressive (SAR). Model SAR merupakan satu dari delapan model spasial ekokometrik yang paling banyak digunakan. Pendekatan Bayesian akan diaplikasikan pada pemodelan kasus TB Paru di Kota Bandung

Kata Kunci. Bayesian, Model SAR, Maximum Likelihood, Spasial

1. Pendahuluan

Studi Etiology dalam bidang kesehatan menjadi sangat penting untuk mengkaji factor-faktor yang berpengaruh pada tingginya angka prevalensi di suatu lokasi. Pemodelan spasial ekonometrik menjadi salah satu rujukan model yang dapat digunakan untuk memodelkan factor-faktor tersebut terhadap angka prevalensi suatu penyakit. Pemodelan spasial ekonometrik mulai banyak dimanfaatkan dalam studi etiology dikarenakan kemampuan model ini dalam mengakomodasi berbagai struktur ketergantungan spasial (Anselin, L. 1988). Ketergantungan spasial meliputi spasial autoregressive dependen, spasial error dan spasial autoregressive independen. Pemodelan penyakit menular memerlukan metode yang mampu mengakomodasi berbagai struktur ketergantungan spasial.

Pemanfaatan analisis ekonometrik standar tanpa memasukkan informasi ketergantungan spasial dapat memberikan taksiran parameter yang bias, tidak konsisten, dan tidak efisien (LeSage dan Pace, 2009). Memasukkan informasi spasial ke dalam model menyebabkan penaksiran parameter model tidak lagi sederhana. Banyaknya unit pengamatan dapat menyebabkan kesulitan dalam menghitung matriks inverse $(\mathbf{I}-\rho\mathbf{W})^{-1}$. Perhitungan matrix ini dibutuhkan untuk penaksiran parameter model dengan metode ML (LeSage dan Pace, 2009).

Metode Maksimum likelihood adalah metode yang umumnya digunakan untuk menaksir parameter model spasial econometrics. Namun metode ini tidak cukup baik dalam mengestimasi parameter model pada saat unit spasialnya sangat banyak. Metode alternative Bayesian diperkenalkan untuk mengatasi masalah tersebut. Penelitian ini mengkaji pendekatan metode Bayesian pada model Spasial Autoregressive (SAR). Model SAR merupakan satu dari delapan model spasial ecometrik yang paling banyak digunakan. Pendekatan Bayesian akan diaplikasikan pada pemodelan kasus TB Paru di Kota Bandung.

Penggunaan Model SAR pada penyakit menular khususnya TB Paru di Kota Bandung dikarenakan mobilitas yang tinggi dari masyarakat kota Bandung dari satu kecamatan ke kecamatan lain. Adanya mobilitas yang tinggi ini menjadi salah satu faktor mempercepat penyebaran penyakit TB Paru karena penyait TB Paru adalah salah satu penyakit menular yang penularanya langsung oleh individu yang terinfeksi TB Paru. Sehingga berdasarkan konsep berpikir ini bahwa tingginya angka prevelensi di Satu lokasi dipengaruhi tingginya angka prevalensi di lokasi yang lain yang saling berdekatan karena peluang terjadinya mobilasi dari satu lokasi ke lokasi yang berdekatan lebih besar dibandingkan dengan yang berjauhan (Chen, Moulin, & Wu, 2015 & Lawson, A. B. 2014)). Pemodelan angka prevalensi dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya dapat dilakukan menggunakan analisis regresi (Rahmawati, Kartono, Sulisty, & Noranita, 2012). Pemodelan juga dapat dilakukan menggunakan pemodelan Geographical Weighted Regression (Jaya^a. dkk. 2016). Namun kedua pemodelan ini melupakan adanya atokorelasi spasial antara variabel dependen. Informasi penting untuk dimasukkan ke dalam model karena jika informasi diabaikan maka taksiran pareter tidak lagi Best Unbiased Linear Estimation (BLUE). Parameter model yag dihasilkan menjadi tidak bias, tidak efisien, dan tidak konsisten.

Penelitian ini bertujuan untuk membangun model yang lebih baik menggunakan penekatan spasial ekonometrik melalui pemodelan Spasial Autoregressive (SAR) Model. Metode estimasi yang umumnya digunakan dalam SAR adalah metode maximum likelihood (ML) namun metode ini memiliki keterbatasan yaitu kesulitan dalam menghitung asymptotic covariance matrix yang dibutuhkan pada proses inferensi. Selain itu, penggunaan metode ML tidak memungkinkan peneliti untuk memasukkan informasi prior yang sangat diperlukan untuk memperkaya informasi yang diperoleh dari data set (Congdon, 2013). Metode estimasi Bayesian dapat dilakukan dengan tiga pendekatan yaitu secara anlitik, simulasi, dan numerik.

Pendekatan secara analitik memberikan hasil yang tidak jauh berbeda pendekatan klasik (ML). Pendekatan simulasi dan numerik dilakukan jika pemodelan Bayesian memanfaatkan prior informatif dengan distribusi posterior yang relatif kompleks. Pendekatan simulasi dilakukan dengan metode MCMC dan Numerik dilakukan dengan pendekatan Laplace (INLA) (Jaya^b. dkk, 2016, Blangiardo, M. Cameletti, M. 2015, Bivand RS, Gómez-Rubio V, Rue H, 2014).

Pemodelan Bayesian SAR pada penelitian ini diimplementasikan pada kasus TB Paru di Kota Bandung. TB Paru merupakan masalah kesehatan dunia khususnya Indonesia dan lebih spesifik lagi Kota Bandung. Pada Tahun 2013 di Kota Bandung ditemukan sebanyak 1507 kasus, meningkat secara signifikan menjadi 1872 Kasus tahun 2014 dan kembali turun pada Tahun 2015 menjadi 1584 Kasus (Profile Dinas Kesehatan Kota Bandung, 2013-2015). (Widaningrum, 2014).

Berbagai faktor-faktor yang diidentifikasi berpengaruh pada kejadian TB Paru adalah faktor sosial dan ekonomi yang meliputi Perilaku Hidup Bersih dan Sehat, Rumah Sehat, Gizi Buruk, dan juga ketersediaan air bersih, faktor ekonomi, dan jenis kelamin (Manalu, 2010).

2. Metode Penelitian

2.1. Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data TB Paru sebagai variabel independen dan data Perilaku Hidup Bersih dan Sehat, Rumah Sehat, Gizi Buruk, dan Air Bersih sebagai variabel dependen. Data yang digunakan adalah data Tahun 2015 yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Bandung.

2.2 Metodologi

Model *Spasial Autoregressive*.

TB Paru adalah penyakit menular sehingga pemodelan yang dilakukan harus memperhatikan karakteristik ini dengan memasukkan informasi spasial autoregressive ke dalam model melalui model SAR Model spasial autoregressive (SAR) dengan model sebagai berikut (Jaya^b dkk, 2016).

$$y_i = \rho \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad (1)$$

dengan y_i menyatakan angka prevalensi TB Paru, ρ menyatakan koefisien spasial autoregressive. Koefisien spasial autoregressive ρ menyatakan besar pengaruh dari rata-rata angka prevalensi lokasi tetangga terhadap angka prevalensi lokasi yang diamati. Parameter model β_0 dan β_j menyatakan koefisien intercept dan slop regresi untuk variabel eksogenus ke- k , x_{ik} menyatakan nilai variabel eksogenus ke- k pada lokasi ke- i dan ε_i menyatakan kekeliruan acak dengan asumsi identik independen berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan varians σ^2 ($\varepsilon_i \sim i.i.dN(0, \sigma^2)$). Komponen w_{ij} adalah elemen dari matriks bobot spasial yang dapat ditentukan berdasarkan

persinggungan lokasi ataupun jarak antar lokasi dan melalui metode optimasi. Penelitian ini menggunakan matriks bobot spasial berdasarkan metode optimasi melalui K-nearest neighbour.

Terdapat beberapa metode untuk menaksir parameter model SAR di antaranya metode instrumen variabel (IV), maksimum likelihood (ML) dan Bayesian (Lesage dan Pace, 2009).

2.3. Bayesian Spasial Autoregressive (BSAR)

Penerapan metode Bayesian umumnya dilakukan pada sampel kecil dengan informasi yang terbatas. Penggunaan metode Bayesian melalui penefisian distribusi prior dapat menjadi solusi ketidaklengkapan informasi yang diperoleh dari data. Metode Bayesian memberikan hasil yang baik untuk ukuran sampel kecil dibandingkan metode ML. ML memberikan hasil yang kurang baik karena sulit mendapatkan nilai optimum dari parameter autoregressive. Ukuran sampel kecil merupakan ciri khusus dari riset epidemiology (Jaya^b. dkk, 2009) . Selain karena ukuran sampel kecil, metode Bayesian baik digunakan ada kasus heteroskedastisitas spasial yaitu varians error dari model spasial tidak homogen. Kondisi ini adalah kondisi umum yang sering ditemukan pada data spasial (Anselin. L, 1988)

Model (1) dapat dituliskan dalam notasi matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{n}}\mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2)$$

dengan \mathbf{y} adalah vektor prevalensi berukuran $(n \times 1)$, ρ parameter autoregressive, \mathbf{W} adalah matriks bobot spasial berukuran $(n \times n)$, \mathbf{X} adalah matriks rancangan berukuran $(n \times p)$ meliputi vektor satuan, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k]^T$ berukuran $(p \times 1)$ merupakan parameter regresi meliputi intercept β_0 , dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah komponen gangguan berukuran $(n \times 1)$ dengan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim \text{IIDN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$. Pendekatan Bayesian mengasumsikan bahwa parameter $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ dan σ merupakan variabel acak berdistribusi normal dan inverse gamma dengan ρ berdistribusi uniform dengan formulasi distribusi posterior gabungan sebagai berikut:

$$f(\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \sigma^2, \tilde{\mathbf{n}} | \mathbf{D}) = \frac{f(\mathbf{D} | \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \sigma^2, \tilde{\mathbf{n}}) \pi(\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \sigma^2 | \tilde{\mathbf{n}}) \pi(\tilde{\mathbf{n}})}{f(\mathbf{D})} \quad (3)$$

Untuk memperoleh persamaan (3) diperlukan penentuan distribusi likelihood dan prior sebagai berikut:

1. Distribusi likelihood $f(\mathbf{D} | \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \sigma^2, \tilde{\mathbf{n}})$

$$f(\mathbf{D} | \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \tilde{\mathbf{n}}, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A}| \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\alpha}})^T (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\alpha}})\right) \quad (4)$$

Dengan $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \rho\mathbf{W})$ dan $|\mathbf{A}|$ menyatakan determinan matriks \mathbf{A}

2. Distribusi Prior, $\pi(\boldsymbol{\beta} | \sigma^2)$ mengikuti distribusi normal.
 $\pi(\boldsymbol{\beta} | \sigma^2) \sim N(\mathbf{c}, \sigma^2 \mathbf{T})$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{p/2}(\sigma^2)^{p/2}|\mathbf{T}|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c})^T \mathbf{T}^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c})\right\} \quad (5)$$

3. Distribusi Prior, $\pi(\sigma^2)$ mengikuti distribusi inverse Gamma

$$\begin{aligned} \pi(\sigma^2) &\sim \text{IG}(a, b) \\ &= \frac{b^a}{\Gamma(a)} (\sigma^2)^{-(a+1)} \exp(-b/\sigma^2) \end{aligned} \quad (6)$$

Distribusi prior $\pi(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2)$ mengikuti distribusi Normal Inverse Gamma

Distribusi prior $\pi(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2)$ diperoleh dari (5) dan (6)

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2) &\sim \text{NIG}(\mathbf{c}, \mathbf{T}, a, b) \\ &= \pi(\boldsymbol{\beta}|\sigma^2)\pi(\sigma^2) \\ &= \text{N}(\mathbf{c}, \sigma^2 \mathbf{T}) \times \text{IG}(a, b) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{p/2}(\sigma^2)^{p/2}|\mathbf{T}|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c})^T \mathbf{T}^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c})\right\} \\ &\quad \times \frac{b^a}{\Gamma(a)} (\sigma^2)^{-(a+1)} \exp(-b/\sigma^2) \\ &= \frac{b^a}{(2\pi)^{p/2}|\mathbf{T}|^{1/2}\Gamma(a)} (\sigma^2)^{-(a+(\frac{p}{2})+1)} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c})^T \mathbf{T}^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c}) + 2b]\right\} \end{aligned} \quad (7)$$

4. Distribusi prior $\pi(\tilde{n})$

$$\begin{aligned} \pi(\tilde{n}) &\sim \text{U}(\lambda_{\min}^{-1}, \lambda_{\max}^{-1}) \\ &= \frac{1}{\lambda_{\max}^{-1} - \lambda_{\min}^{-1}} \end{aligned} \quad (8)$$

Berdasarkan informasi likelihood dan prior di atas diperoleh distribusi posterior gabungannya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(\hat{\mathbf{a}}, \tilde{n}, \sigma^2 | \mathbf{D}) &= (2\tilde{\sigma}^2)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A}| \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})\right\} \\ &\quad \times \frac{b^a}{(2\pi)^{\frac{p}{2}}|\mathbf{T}|^{\frac{1}{2}}\Gamma(a)} (\sigma^2)^{-(a+(\frac{p}{2})+1)} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c})^T \mathbf{T}^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c}) + 2b]\right\} \\ &\quad \times \left[\frac{1}{\lambda_{\max}^{-1} - \lambda_{\min}^{-1}}\right] \\ &\quad \propto (\sigma^2)^{-(a+\frac{n+p}{2}+1)} |\mathbf{A}| \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}) + (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c})^T \mathbf{T}^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c}) + 2b]\right\} \end{aligned} \quad (9).$$

Distribusi posterior gabungan (9) dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut:

$$f(\hat{\mathbf{a}}, \tilde{n}, \sigma^2 | \mathbf{D}) = \propto (\sigma^2)^{-(a^*+1)} |\mathbf{A}|$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [2b^* + (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c}^*)^T (\mathbf{T}^*)^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{c}^*)] \right\} \quad (10)$$

Dengan

$$\mathbf{T}^* = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \mathbf{T}^{-1})^{-1} \quad (11)$$

$$\mathbf{c}^* = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \mathbf{T}^{-1})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{y} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{c}) \quad (12)$$

$$b^* = b + \left(\mathbf{c}^T \mathbf{T}^{-1} \mathbf{c} + \mathbf{y}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{y} - (\mathbf{c}^*)^T (\mathbf{T}^*)^{-1} \mathbf{c}^* \right) / 2 \quad (13)$$

$$a^* = a + \frac{n+p}{2} \quad (14)$$

Parameter $\hat{\mathbf{a}}$, σ , ρ pada model SAR dapat diestimasi dengan metode Gibbs sampling melalui metode pengambilan sampel secara sekuensial dari distribusi bersyarat dari parameter yang ditaksir.

Distribusi bersyarat

1. Distribusi bersyarat untuk parameter $\boldsymbol{\beta} | \rho, \sigma^2$

$$f(\hat{\mathbf{a}} | \rho, \sigma_{(0)}^2) \sim N(\mathbf{c}^*, \sigma_{(0)}^2 \mathbf{T}^*) \quad (15)$$

Distribusi bersyarat dari parameter $\boldsymbol{\beta} | \rho, \sigma^2$ mengikuti multivariate normal sehingga lebih mudah mengambil sampel vector $\boldsymbol{\beta}$

2. Distribusi bersyarat untuk $\sigma^2 | \rho, \boldsymbol{\beta}$ sebagai berikut:

$$f(\sigma^2 | \hat{\mathbf{a}}_{(1)}, \rho) \sim IG(a^*, b^*) \quad (16)$$

3. Distribusi bersyarat untuk $\rho | \hat{\mathbf{a}}_{(1)}, \sigma_{(1)}^2$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(\rho | \hat{\mathbf{a}}, \sigma^2) &= \frac{f(\rho, \hat{\mathbf{a}}, \sigma^2 | \mathbf{D})}{f(\hat{\mathbf{a}}, \sigma^2 | \mathbf{D})} \\ &\propto f(\rho, \hat{\mathbf{a}}, \sigma^2 | \mathbf{D}) \\ &\propto |\mathbf{I}_n - \rho \mathbf{W}_\rho| \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{A} \mathbf{y} - \mathbf{X} \hat{\mathbf{a}})^T (\mathbf{A} \mathbf{y} - \mathbf{X} \hat{\mathbf{a}}) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Distribusi bersyarat $\rho | \hat{\mathbf{a}}, \sigma^2$ tidak mengikuti bentuk distribusi standar seperti distribusi normal, gamma atau distribusi yang lainnya. Sehingga untuk proses estimasi dilakukan penggabungan metode Gibbs Sampling dengan metode Metropolis.

Algoritma Komputasi

Untuk mendapatkan taksiran parameter model SAR dilakukan perhitungan dengan algoritma sebagai berikut:

1. Tentukan nilai awal (*initial value*) $\{ \boldsymbol{\beta}_{(0)}, \rho_{(0)}, \sigma_{(0)}^2 \}$
2. Bangkitkan parameter $\boldsymbol{\beta}_{(1)} \sim N(\mathbf{c}^*, \sigma_{(0)}^2 \mathbf{T}^*)$
3. Bangkitkan parameter $\sigma_{(1)}^2 \sim IG(a^*, b^*)$
4. Bangkitkan parameter $\rho_{(1)}$
 - a. Definisikan distribusi kandidat ρ^* yaitu distribusi normal
 - b. Lakukan proses sampling

$$\varnothing_H(\rho^c, \rho^*) = \min \left[1, \frac{f(\rho^* | \hat{a}, \sigma)}{f(\rho^c | \hat{a}, \sigma)} \right] \quad (18)$$

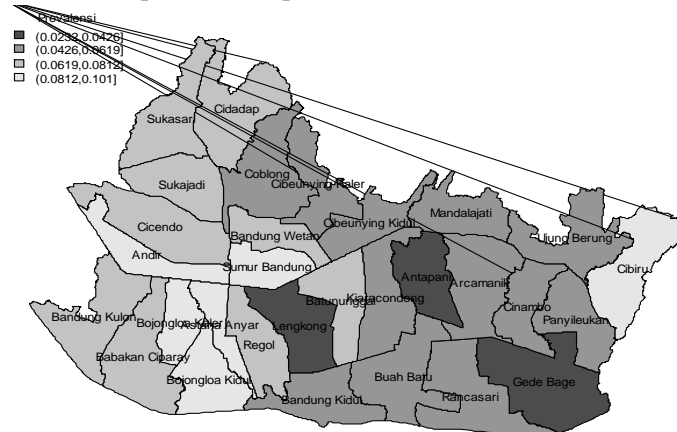
dengan $\rho^* = \rho^c + d \cdot N(0, 1)$ dimana d merupakan tunnig parameter yang ditentuka berdasarkan nilai acceptance.

5. Lakukan proses 2-3 sebanyak M iterasi. Umumnya $M = 100.000$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Deskripsi Data

Rata-rata angka prevalensi TB Paru di Kota Bandung tahun 2015 tercatat sebesar 0.062%. Angka ini menyatakan bahwa ada sebanyak 6 dari 10000 orang di Kota Bandung terinfeksi TB Paru. Kecamatan dengan angka angka prevalensi tertinggi adalah kecamatan Bojngloa Kidul dengan angka sebesar 0.101%. Sedangkan kecamatan dengan angka prevalensi terendah yaitu Kecamatan Gede Bage dengan angka prevalensi 0.0233%. Sebaran angka prevalensi di Kota Bandung menurut kecamatan Tahun 2015 dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Pola Sebaran Angka Prevalensi

Secara lebih jelas, statistic dari semua variabel penelitian yang dilibatkan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistik Variabel Penelitian

Variabel	Rata-Rata	Mimum	Maximum	Standar Deviasi
Prevalensi	0.062	0.023	0.101	0.018
PHBS	6.126	5.030	6.910	0.498
Rumah Sehat	66.370	33.420	95.550	17.650
Gizi Buruk	17.950	1.480	96.810	19.214
Air Bersih	96.330	79.330	100.000	5.845

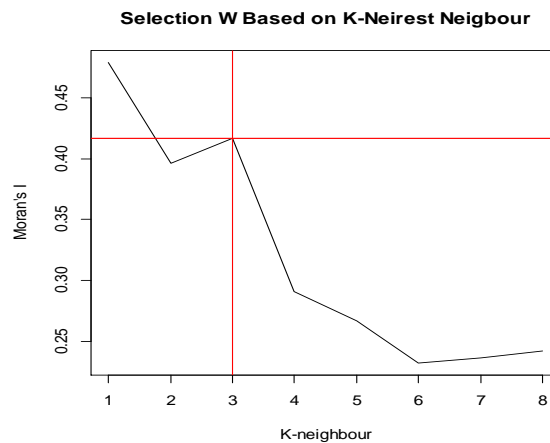
Sumber : Dinas Kesehatan Kota Bandung (2015)

Penelitian ini dilakukan untuk memodelkan hubungan antara angka prevalensi dengan perilaku hidup bersih dan sehat (PHBS), Rumah Sehat (RS), Gizi Buruk (GB) dan Air Bersih (AB). Pemodelan dilakukan menggunakan Spasial Autoregressive

(SAR) model. Pertimbangan teoritis dan praktis bahwa kasus TB Paru merupakan kasus menular yang dapat ditularkan kepada orang lain melalui udara ketiga seorang penderita TB Paru aktif berbicara, meludah, batuk atau bersin sehingga sifat menular ini menyebabkan tingginya angka kasus pada satu lokasi akan berpengaruh pada tingginya angka kasus pada lokasi yang lain yang tentunya berdekatan.

3.2. Perhitungan Matriks Bobot

Pemodelan SAR model membutuhkan informasi ketergantungan spasial. Namun tidak ada informasi pola ketergantungan spasial pada penyakit TB Paru. Sehingga dibutuhkan satu pendekatan yang dapat menginformasikan pola penyebaran berdasarkan data angka prevalensi TB Paru. Pada penelitian ini digunakan teknik k-nearest neighbor.



Gambar 2. Penentuan Matriks W dengan K-NN

Hasil analisis menemukan bahwa spasial autokorelasi berdasarkan Moran's Indeks menghasilkan nilai optimum jika satu lokasi memiliki memiliki 3 lokasi terdekat sebagai anggota kluster ($k=3$), dan Indeks Moran = 0.41 dengan karakteristik hubungan antara lokasi sebagai berikut :

Tabel 2. Karakteristik Matrik Bobot Spasial W

Characteristics of weights list object:				
Neighbour list object:				
Number of regions				: 30
Number of nonzero links				: 90
Percentage nonzero weights				: 10
Average number of links				: 3
Non-symmetric neighbours list				
Weights style				: W
Weights constants summary:				
n	nn	S0	S1	S2

Untuk penaksiran SAR model digunakan pendekatan Bayesian dengan menggunakan package BSAR Model (Jaya^c dkk, 2016). Pendekatan Bayesian digunakan karena memungkinkan memasukkan informasi prior dan kemudahan dalam mendapatkan nilai signifikansi melalui pendekatan *dalil limit pusat*.

3.3. Penaksiran dan Pengujian Parameter SAR model

Taksiran parameter model SAR dengan pendekatan Bayesian disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3. Taksiran Parameter Model (1)

Parameter	Mean	Median	z.value	p.value
Intercept	0.0968	0.0968	1.4283	0.0766
PHBS	-0.0126	-0.0125	-1.1312	0.8710
Rumah Sehat	0.0001	0.0001	0.2612	0.3970
Gizi Buruk	-0.0001	-0.0001	-0.5172	0.6975
Air Bersih	0.0002	0.0002	0.2035	0.4194
σ^2	0.0004	0.0004	2.9966	0.0014
ρ	0.3902	0.4450	1.9606	0.0250
AIC		-161.8733		
R ²		0.3175878		

Hasil estimasi dengan pendekatan Bayesian diperoleh hasil yang kurang tepat dengan beberapa variabel memiliki koefisien yang berbeda dari teorinya. Variabel Rumah Sehat dan air bersih seharusnya memiliki koefisien regresi bertanda negative namun memiliki koefisien regresi bertanda positif dan untuk Gizi Buruk seharusnya positif namun memiliki tanda negative. Dengan demikian, dilakukan proses pemilihan model terbaik dengan menggunakan metode Backward selection. Hasil perhitungan model terbaik disajikan pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Taksiran Parameter Model Terbaik

Parameter	Mean	Median	z.value	p.value
Intercept	0.0454	0.0437	0.1083	0.4569
PHBS (x ₁)	-0.0080	-0.0080	-1.0325	0.8491
Air Bersih (x ₂)	-0.0001	-0.0001	-0.1816	0.5721
σ^2	0.0004	0.0003	3.0468	0.0012
ρ	0.5743	0.4262	2.0109	0.0222
AIC		-80.58804		
R ²		0.2464651		

Model terbaik yang diperoleh dari metode *Backward Selection* yaitu model dengan koefisien regresi sesuai dengan teorinya yaitu model yang melibatkan variabel PHBS dan Air Bersih. Model ini dapat dituliskan dalam persamaan matematis sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 0.0454 + 0.574 \sum_{j=1}^{30} w_{ij}y_j - 0.0080x_1 - 0.0001x_2 \quad (19)$$

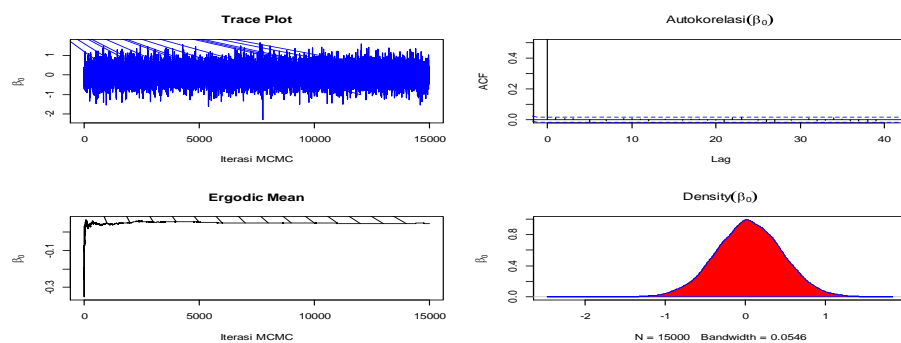
Hasil analisis menemukan bahwa hanya koefisien spasial autoregressive yang signifikan yang artinya bahwa untuk berbagai kemungkinan struktur dependensi antara variabel dependen dapat disimpulkan adanya pengaruh dari angka prevalensi di lokasi tetangga dengan lokasi yang diamati.

Sedangkan untuk variabel PHBS dan Air Bersih tidak memiliki dampak signifikan. Namun dapat disimpulkan untuk struktur dependensi dengan $k=3$, dapat disimpulkan semakin tinggi kesadaran masyarakat akan perilaku hidup bersih dan sehat serta semakin banyaknya ketersediaan air bersih di Kota Bandung maka semakin rendah angka prevalensi kasus TB Paru di Kota Bandung. Ini artinya bahwa perhatian serius pada air bersih dan pola hidup sehat masyarakat kota Bandung dapat menjadi solusi jangka panjang penurunan angka prevalensi TB Paru.

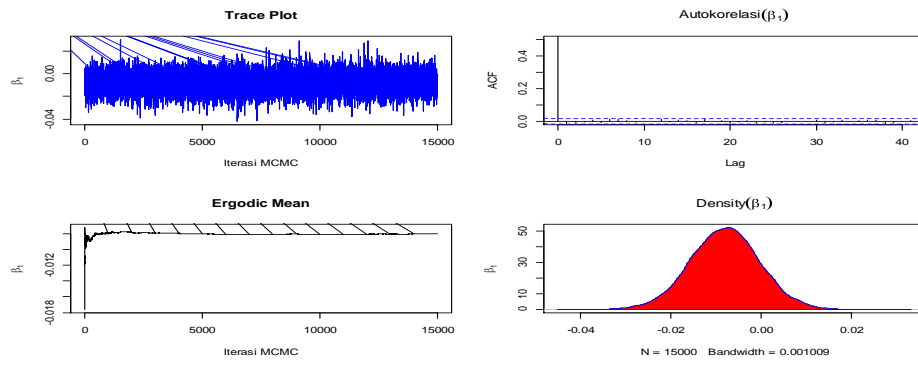
3.4. Validitas Taksiran Bayes

Validitas dalam pemodelan Bayesian sangat diperlukan untuk menjamin bahwa model yang diperoleh dari estimasi Bayesian adalah model yang tepat. Beberapa kondisi yang harus dipenuhi yaitu konvergensi dan tidak ada autokorelasi. Validasi model penelitian dilakukan untuk setiap parameter model yang meliputi $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \sigma^2, \rho\}$.

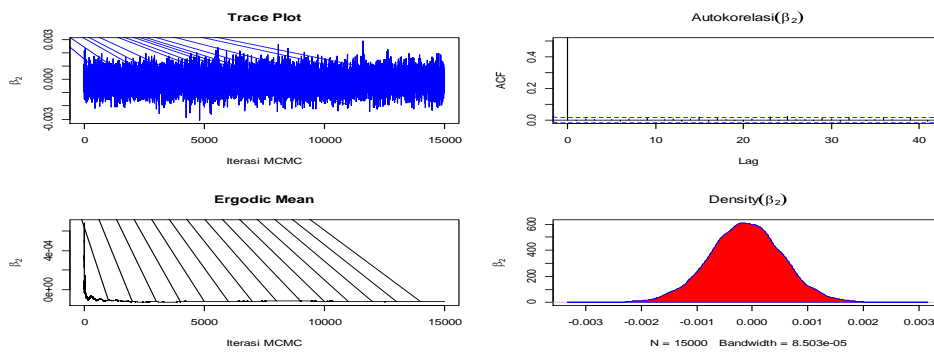
Untuk mengecek konvergensi taksiran dilakukan dengan menggunakan trace plot dan ergodic plot sedangkan untuk mencermati ada tidaknya autokorelasi digunakan plot ACF. Jika tidak terlihat adanya pola pada trace plot, ergodic mean plot dan ACF plot maka dapat disimpulkan parameter yang diperoleh adalah parameter yang baik.



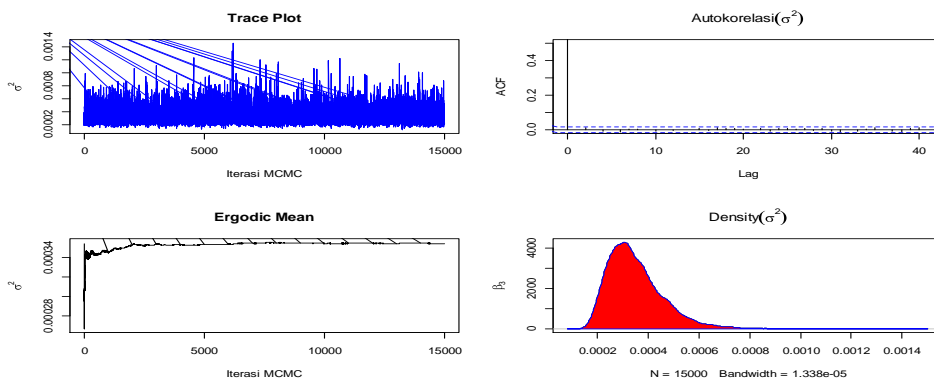
Gambar 3. Validitas Taksiran Koefisien Regresi β_0



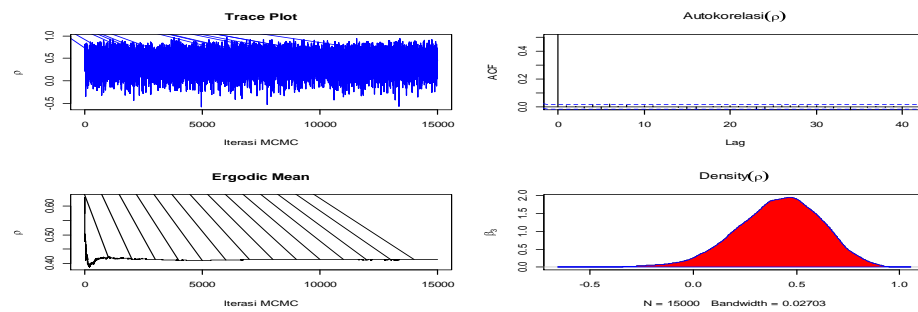
Gambar 4. Validitas Taksiran Koefisien Regresi β_1



Gambar 5. Validitas Taksiran Koefisien Regresi β_2



Gambar 6. Validitas Taksiran σ^2



Gambar 7. Validitas Taksiran ρ

Hasil pengamatan pada Gambar 3-Gambar 7 yang meliputi validitas parameter $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \sigma^2, \rho\}$. Meunjukkan semua parameter model dapat dinyatakan valid dimana memenuhi criteria konvergensi dan juga criteria non autokorelasi. Konvergensi sangat terlihat dari Ergodic mean dimana nilainya mendekati nilai yang konstans. Begitu juga untuk asumsi non autokorelasi terpenuhi yang terlihat dari tidak adanya lag signifikan pada plot ACF.

4. Simpulan dan Saran

Hasil analisis meemukan bahwa tigginya angka prevalensi TB Paru dipengaruhi oleh tingginya angka TB Paru di lokasi sekitarnya. Perilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) serta Air Bersih adalah dua variabel yang memberikan pengaruh negatif terhadap angka pervalensi. Ini artinya semakin tinggi PHBS dan semakin tersedianya Air Bersih dapat menurunkan tingkat prevalensi TB Paru di Kota Bandung. Penelitian ini belum meperhatikan variabilitas kasus TB Paru menurut waktu. Sehingga penelitian selanjutnya akan difokuskan pada upaya mengetahui model prediksi dari kasus TB Paru di Kota Bandung.

Daftar Pustaka

- Anselin, L. (1988), *Spasial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer, Dordrecht
- Bivand RS, Gómez-Rubio V, Rue H (2014). "Approximate bayesian inference for spasial econometrics". *Spasial Statistics*, **9**:146-165
- Blangiardo, M., & Cameletti, M. (2015). *Saptial and Spatio-Temporal Bayesian Model with R-INLA*. John Wiley: United Kingdom
- Chen, D., Moulin, B., & Wu, J. (2015). Introduction To Analyzing And Modeling Spasial And Temporal Dynamics Of Infectious Diseases . In D. Chen, B. Moulin, & J. Wu, *Analyzing And Modeling Spasial And Temporal Dynamics Of Infectious Diseases* (Pp. 3-17). New Jersey: John Wiley & Sons.
- Congdon, P. (2013). *Bayesian Spasial Statistical Modeling*. In M. M. Fischer, & P. Nijkamp, *Handbook of Regional Science* (pp. 141-1434). New York: Springer
- Jaya^a, Mindra I. G. dkk (2016). " Bayesian Spasial Autoregressive (BSAR) Dalam Menaksir Angka Prevalensi Demam Berdarah (DB) Di Kota Bandung. Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Parahyangan Bandung.
- Jaya^b, Mindra I. G. et al. (2016). "Bayesian Spasial Modeling and Mapping of Dengue Fever: A Case Study of Dengue Fever in The City of Bandung, Indonesia". *International Journal of Applied Mathematics and Statistics*, **54 (3)**, 94-103
- Jaya^c, Mindra I. G. dkk (2016). "R Development package in Estimating Parameters Spasial Lag Dependence by Means Bayesian Approach" *Materi Persentasi* . ICASS II - ITB
- Lawson, A. B. (2014). "Hierarchical modeling in spasial". *WIREs Comput Stat*, **6(6)**,1-13.
- LeSage, J., Pace, R.K. (2009), *Introductionto Spasial Econometrics*, Chapman & Hall, BocaRaton, FL.

- Manalu, H. S. (2010). Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Tb Paru Dan Upaya Penanggulangannya. *Jurnal Ekologi Kesehatan* , 1340-1346.
- Rahmawati, R., Kartono, Sulisty, R. H., & Noranita, B. (2012). Analisis Pengaruh Karakteristik Wilayah (Kelurahan) Terhadap Banyaknya Kasus Demam Berdarah Dengue (Dbd) Di Kota Semarang. *Media Statistika* , 5, 87-93.
- Widaningrum, C. (2014). *Pedoman Nasional Pengendalian Tuberkulosis*. Jakarta: Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.